



گزینه ۳

۱

باتوجه به معادله سرعت - مکان $v = \frac{-\sqrt{5x}}{6}$ ، مقدار $5x$ زیر رادیکال مثبت است. ازاین رو همواره مکان متحرک مثبت است و از طرفی با افزایش مقدار x ، تندی متحرک نیز زیاد می شود ($x \uparrow \Rightarrow |v| \uparrow$)، پس حرکت متحرک تندشونده است.

باتوجه به منفی بودن سرعت، متحرک در جهت منفی محور x در حال حرکت است.

گزینه ۲

۲

گام اول

- الف) بدون سرعت اولیه و شتاب ثابت $\leftarrow v_A = 0$
- ب) فاصله 120 متری $BC \leftarrow \Delta x_{BC} = 120 \text{ m}$
- ج) BC را در مدت 10 s طی می کند. $\leftarrow \Delta t_{BC} = 10 \text{ s}$
- د) سرعت متحرک در نقطه C ، $20 \text{ m/s} \leftarrow v_C = 20 \text{ m/s}$
- ه) فاصله بین $A-B$ ؟ $\leftarrow \Delta x_{AB} = ? \text{ m}$

گام دوم

شتاب ثابت است، پس سرعت در نقطه B و شتاب کل برابر است با:

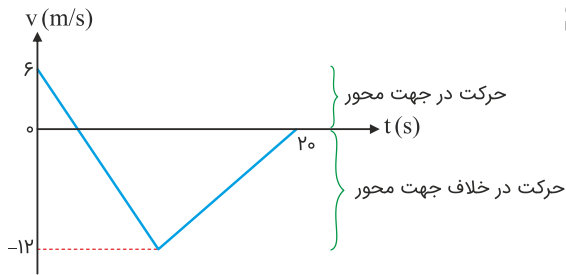


$$v_{avBC} = \frac{v_B + v_C}{2} = \frac{\Delta x_{BC}}{\Delta t_{BC}} \Rightarrow \frac{v_B + 20}{2} = \frac{120}{10} \Rightarrow v_B = 4 \text{ m/s}$$

$$a_{\text{کل}} = a_{avBC} = \frac{v_C - v_B}{t_C - t_B} = \frac{20 - 4}{10} = 1.6 \text{ m/s}^2$$

درنهایت با استفاده از معادله مستقل از زمان، فاصله بین $A-B$ را محاسبه می کنیم:

$$v_B^2 - v_A^2 = 2a\Delta x_{AB} \Rightarrow 16 = 2 \times 1.6 \times \Delta x_{AB} \Rightarrow \Delta x_{AB} = 5 \text{ m}$$



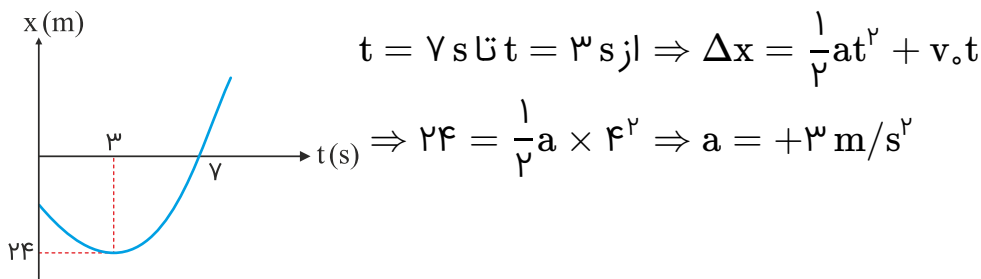
$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{\text{مساحت زیر نمودار}}{\Delta t} = \frac{\text{مساحت مثلث پایین}}{\Delta t}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} \times 12 \times (t_0 - t)}{t_0 - t} = 6 \text{ m/s}$$

$$F_N = m(g \pm a) \Rightarrow 560 = 70(10 - a) \Rightarrow a = 2 \text{ m/s}^2$$

باتوجه به منفی شدن علامت قبل از a در رابطه بالا حرکت متحرک می‌تواند تندشونده روبه پایین یا کندشونده روبه بالا باشد، پس گزینه "۱" و "۳" می‌تواند درست باشد.

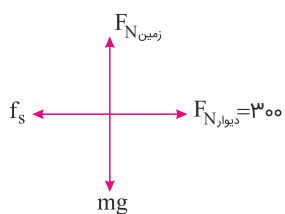
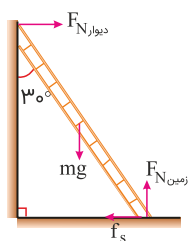
شیب نمودار مکان- زمان بیانگر سرعت می‌باشد و مطابق شکل، متحرک از لحظه $t = 0$ تا $t = 3 \text{ s}$ در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند و سرعتش منفی است، پس رأس سهمی در $t = 3 \text{ s}$ می‌باشد. همچنین با توجه به صفر بودن شیب نمودار در رأس سهمی، سرعت متحرک نیز صفر است.



$$t = 7 \text{ s} \text{ تا } t = 3 \text{ s} \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

$$\Rightarrow 24 = \frac{1}{2}a \times 4^2 \Rightarrow a = +3 \text{ m/s}^2$$

ابتدا نیروهای وارد بر نردبان را رسم می‌کنیم.



$$\begin{cases} f_s = F_{N_{\text{دیوار}}} = 300 \text{ N} \\ F_{N_{\text{زمین}}} = mg = 400 \text{ N} \end{cases} \Rightarrow R = \sqrt{f_s^2 + F_{N_{\text{زمین}}}^2} = 500 \text{ N}$$

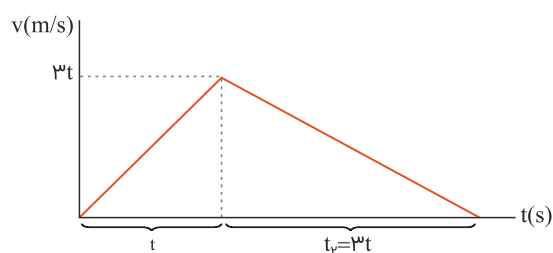
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_A = \frac{730 - x_{0A}}{40}, \quad v_B = \frac{700 - x_{0B}}{40}$$

$$\Rightarrow v_A - v_B = \frac{730 - x_{0A}}{40} - \frac{700 - x_{0B}}{40} = \frac{730 - 700 + \overbrace{(x_{0B} - x_{0A})}^{250}}{40} = \frac{280}{40} = 7 \text{ m/s}$$

گام اول: ابتدا نمودار سرعت زمان متحرک را رسم می‌کنیم. اگر مدت زمان حرکت متحرک با شتاب 3 m/s^2 برابر با t باشد، سرعت متحرک در انتهای حرکت با شتاب 3 m/s^2 ، طبق رابطه $v = at + v_0$ به $v = 3t + 0 = 3t$ می‌رسد. در مرحله دوم که حرکت با شتاب 1 m/s^2 کند می‌شود، متحرک پس از مدت Δt می‌ایستد که Δt از رابطه $v = at + v_0$ به دست می‌آید. توجه کنید که سرعت اولیه مرحله دوم، سرعت انتهای قسمت اول است و سرعت انتهای این قسمت برابر با صفر است؛ بنابراین مدت حرکت قسمت دوم حرکت برابر است با:

$$v = at + v_0 \Rightarrow 0 = -1 \times t_p + 3t \Rightarrow t_p = 3t$$

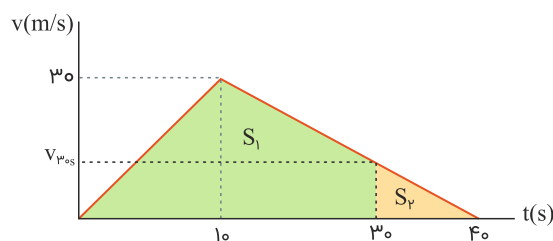
بنابراین نمودار سرعت زمان متحرک به صورت شکل زیر است:



گام دوم: مسافت طی شده توسط متحرک که همان مساحت سطح زیر نمودار است، برابر با 600 m است؛ بنابراین t برابر است با:

$$S = 600 \Rightarrow \frac{3t \times 4t}{2} = 600 \Rightarrow t = 10 \text{ s}$$

گام سوم: برای محاسبه مسافت طی شده در $(0, 30 \text{ s})$ کافی است، مساحت سطح زیر نمودار را در این بازه به دست بیاوریم؛ یعنی S_1 .



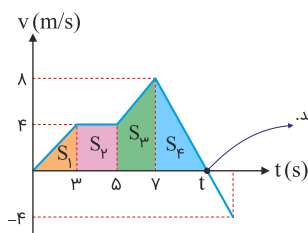
$$\text{در مرحله دوم: } a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow -1 = \frac{v_{30s} - 30}{30 - 10} \Rightarrow v_{30s} = 10 \text{ m/s}$$

$$S_1 = S_{\text{کل}} - S_2 = \frac{30 \times 40}{2} - \frac{10 \times 10}{2} = 550 \text{ m}$$

شیب نمودار سرعت- زمان برابر شتاب متحرک است و همچنین لحظه‌ای که نمودار $v - t$ از محور t عبور می‌کند متحرک تغییر جهت می‌دهد.

با استفاده از شیب خط در لحظه $t = 7$ s تا $t = 10$ s داریم:



$$\frac{-4 - 8}{10 - 7} = \frac{0 - 8}{t - 7} \Rightarrow t = 9 \text{ s}$$

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{-8 - 8}{10 - 7} = -\frac{16}{3} \text{ m/s}^2$$

مساحت زیر نمودار $v - t$ بیانگر جابه‌جایی (Δx) متحرک است، پس داریم:

$$\Delta x_{10 \text{ s to } 0} = S_1 + S_2 + S_3 + S_4 = \left(\frac{3 \times 4}{2}\right) + (2 \times 4) + \left(\frac{(4 + 8) \times 2}{2}\right) + \left(\frac{8 \times 2}{2}\right) = 34 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \Delta x = x - x_0 = x - (-8) = 34 \Rightarrow x = 26 \text{ m}$$

$$t = 0 \Rightarrow P = 2 \text{ kg.m/s} \\ t = 2 \Rightarrow P = 14 \text{ kg.m/s} \Rightarrow \Delta P = 14 - 2 = 12 \text{ kg.m/s}$$

$$\Delta P = m \Delta v \Rightarrow \Delta v = \frac{12}{4} = 3 \text{ m/s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{3}{2} = 1.5 \text{ m/s}^2$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15 - (-15)}{4/5 - 1/5} = 10 \text{ m/s}^2$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\text{سطح زیر نمودار}}{\Delta t} = \frac{0}{4/5 - 1/5} = 0$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \begin{cases} 9v^2 - v^2 = 2a \times 10 \\ 25v^2 - 9v^2 = 2a\Delta x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8v^2 = 20a \\ 16v^2 = 2a\Delta x \end{cases}$$

با تقسیم دو رابطه بالا خواهیم داشت:

$$\frac{8}{16} = \frac{20}{2\Delta x} \Rightarrow \Delta x = \frac{160}{8} = 20 \text{ m}$$

$$\vec{F}_{av} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{m\Delta \vec{V}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}_{av} \cdot \Delta t = m\Delta \vec{V}$$

در هنگام تماس توپ با زمین، نیروهای وزن و عمود بر سطح بر جسم وارد می‌شود، پس داریم:

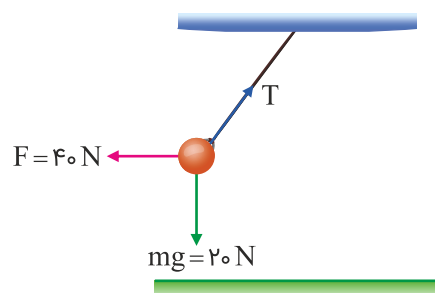
$$F_{net} = F_N - mg = F_N - 5, \Delta v = 8 - (-10) = 18 \text{ m/s}$$

$$(F_N - 5) \times 0.1 = 0.5 \times 18 \Rightarrow F_N = 95 \text{ N}$$

$$mg_{\text{صفحه}} + mg_{\text{وزنه}} = 60 \text{ N} \Rightarrow \text{نیروی واردشده به هر فنر} = 15 \text{ N}$$

$$k = \frac{90}{15} = 6 \text{ N/cm} \Rightarrow F_e = kx \Rightarrow 15 = 6 \times x \Rightarrow x = 2.5 \text{ cm}$$

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم:



وقتی جسم ساکن است، نیروی خالص وارد بر آن صفر است، پس T با حاصل جمع برداری $\vec{F}$ و $\vec{mg}$ برابر است:

$$T = \sqrt{40^2 + 20^2} = 20\sqrt{5} \text{ N}$$

در آزمایش "الف" نیروی کشش فنر 30 N و در آزمایش "ب" نیروی کشش فنر 60 N است. پس طبق رابطه $F_e = kx$ مقدار کشیدگی فنر شکل "ب" دو برابر شکل "الف" است.

$$\text{مقدار کشیدگی فنر در شکل "الف"} = 43 - 40 = 3\text{ cm}$$

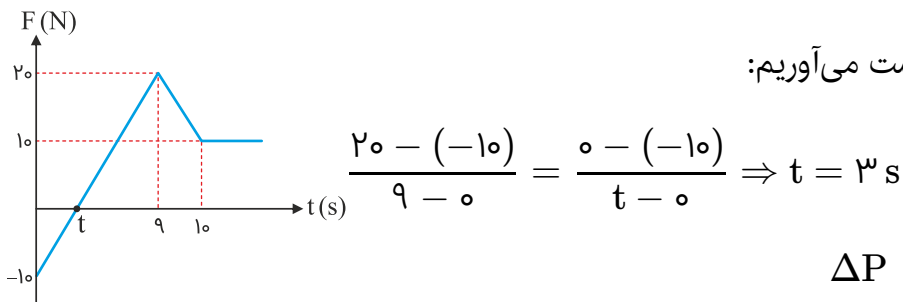
$$\text{مقدار کشیدگی فنر در شکل "ب"} = 2 \times 3 = 6\text{ cm}$$

$$\text{طول فنر در شکل "ب"} = 40 + 6 = 46\text{ cm}$$

دقت شود اگر یک فنر از هر یک از دو سر با نیروی F کشیده شود، نیروی کشش فنر برابر با F است نه $2F$ ، یعنی دو شکل زیر از نظر نیروی کشش فنر یکسان هستند.



با استفاده از شیب نمودار، زمان t را به دست می‌آوریم:



مساحت زیر نمودار $F - t$ برابر است با: ΔP

$$\Delta P = \left(\frac{-3 \times 10}{2} \right) + \left(\frac{6 \times 20}{2} \right) + (10 + 20) \times \frac{1}{2} + (10 \times 5) = 110\text{ kg.m/s}$$

$$\Delta P = m\Delta v \Rightarrow \Delta v = \frac{\Delta P}{m} = \frac{110}{5} = 22\text{ m/s}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow \frac{1}{2}a_1 t_1^2 = \frac{1}{2}a_2 t_2^2$$

$$at^2 = \frac{4}{9}a(t+4)^2 \text{ (متحرکی که شتاب بیشتری دارد ۴ ثانیه زودتر به مقصد می‌رسد)}$$

$$\Rightarrow t = \frac{2}{3}(t+4) \Rightarrow t = \frac{2}{3}t + \frac{8}{3} \Rightarrow \frac{t}{3} = \frac{8}{3} \Rightarrow t = 8 \text{ s}$$

$$t = 8 + 4 = 12 \text{ s متحرکی که دیرتر به مقصد می‌رسد}$$

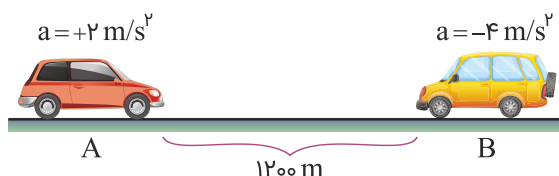
$$v_0 = 72 \text{ km/h} = 20 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = vt = 20t \text{ m قسمت سرعت ثابت حرکت}$$

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \text{ قسمت شتاب ثابت حرکت}$$

$$\Rightarrow 0^2 - 20^2 = 2 \times (-4) \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = 50 \text{ m}$$

$$\Rightarrow \Delta x = 60 - 50 = 10 = 20t \Rightarrow t = 0.5 \text{ s}$$



$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = t^2 \\ x_B = -2t^2 + 1200 \end{cases}$$

لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند $\Rightarrow x_A = x_B \Rightarrow t^2 = -2t^2 + 1200$
 $\Rightarrow 3t^2 = 1200 \Rightarrow t = 20 \text{ s}$

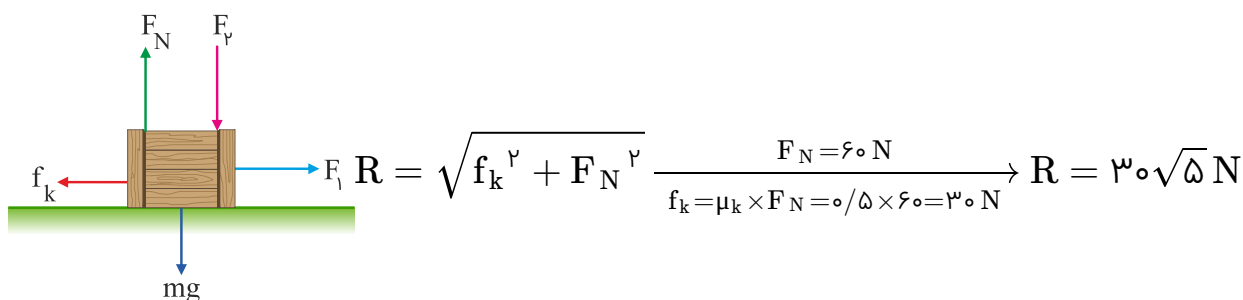
$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_A = 2 \times 20 = 40 \text{ m/s} \\ v_B = -2 \times 20 = -40 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow |\Delta v| = v_A - v_B = 40 - (-40) = 80 \text{ m/s}$$

$$F_N = F_y + mg = 10 + 50 = 60 \text{ N}$$

$$f_{s\max} = \mu_s \times F_N = 0.7 \times 60 = 42 \text{ N}$$

باتوجه به اینکه F_1 از $f_{s\max}$ بیشتر است، پس جسم حرکت می‌کند و نیروی اصطکاک وارد بر آن f_k است.



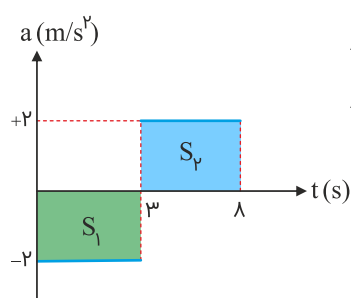
$$F = ma \Rightarrow F = f m_{\text{جعبه}} , F = 3(m_{\text{جعبه}} + m_{\text{آجر}})$$

$$\Rightarrow f m_{\text{جعبه}} = 3 m_{\text{جعبه}} + 3 m_{\text{آجر}} \Rightarrow m_{\text{جعبه}} = 3 m_{\text{آجر}} \Rightarrow \frac{m_{\text{آجر}}}{m_{\text{جعبه}}} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{g_x}{g_o} = \frac{\frac{GM_e}{(R_e + nR_e)^2}}{\frac{GM_e}{R_e^2}} = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{R_e}{(n+1)R_e} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{1}{n+1} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow 4 = 3n + 3 \Rightarrow n = \frac{1}{3}$$

مساحت سطح زیر نمودار $a - t$ برابر تغییرات سرعت (Δv) است پس داریم:



$$\Delta v = -S_1 + S_2 = -6 + 10 = +4 \text{ m/s}$$

$$\Delta v = v - v_o \Rightarrow +4 = v - 5 \Rightarrow v = 9 \text{ m/s}$$

$$k_2 = k_1 + \frac{44}{100} k_1 = \frac{144}{100} k_1$$

$$k = \frac{p^2}{2m} \Rightarrow \frac{k_2}{k_1} = \frac{\frac{p_2^2}{2m}}{\frac{p_1^2}{2m}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{144}{100} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{12}{10} = \frac{p_2}{p_1} \Rightarrow p_1 = 5 \text{ kg.m/s}$$